Теория вычислительных процессов и структур

Лекция №13. Последовательные взаимодействующие процессы.

Параллельные процессы

Введение

Процесс определяется полным описанием его потенциального поведения. В каждом случае выбор того, какое из событий произойдет в процессе, может зависеть от окружения, в котором работает процесс. Это окружение процесса может быть описано как процесс. Это позволяет исследовать поведение целой системы, состоящей из процесса и его окружения, взаимодействующих по мере их параллельного исполнения. Всю систему также следует рассматривать как процесс; эта система в свою очередь может быть помещена в еще более широкое окружение. Все они — всего лишь процессы, поведение которых может быть предписано, описано, зафиксировано и проанализировано простым и единообразным способом.

Основные обозначения
(Повторение)

1) Имена событий слова из строчных букв: *мон*, *шок;* а так же буквами *a*, *b*, *c* – произвольные события

2) Имена конкретных процессов из прописных букв: *ПТА, СТА;* а так же буквами *P*, *Q*, *R* – произвольные процессы

3) Буквы *x*, *y*, *z* используются для переменных обозначающих события

4) Буквы *A*, *B*, *C* используются для обозначения множества событий.

5) Буквы *X*, *Y* используются для переменных, обозначающих процессы.

6) Алфавит процесса *P* обозначается α*P*, например:

α*ПТА* = {*мон, шок*}

α*СТА* = {*м1, м2, мал, бол, сд1*}

7) Процесс с алфавитом *A*, такой, что в нем не происходит ни одно событие из *A*, назовем $СТОП_A$.

Взаимодействия

Объединяя два процесса для совместного исполнения, мы, как правило, хотим, чтобы они взаимодействовали друг с другом. Эти взаимодействия можно рассматривать как события, требующие одновременного участия обоих процессов.

Если P и Q – процессы с одинаковым алфавитом обозначим через P || Q процесс, ведущий себя как система, составленная из процессов P и Q, взаимодействие между которыми пошагово синхронизовано.

Примеры

1) Жадный покупатель:

ЖАДН = (ирис → ЖАДН
| шок → ЖАДН
| мон → шок → ЖАДН)

Жадный покупатель с автоматом ТАШИ:

(ЖАДН || ТАШИ) = μX : (мон → шок → X)

2) Рассеянный покупатель:

РАС= (м2 → бол → РАС | м1 → бол → РАС)

Рассеянный покупатель с автоматом СТА:

(РАС || СТА) = μX : (м2 → бол → X | м1 → СТОП)

Законы

Законы выражающие поведение $(P \parallel Q)$:

L1) $(P \parallel Q) = (Q \parallel P)$

L2) $P \parallel (Q \parallel R) = (P \parallel Q) \parallel R$

L3A) $P \parallel СТОП_{\alpha P} = СТОП_{\alpha P}$

L3B) $P \parallel ИСП_{\alpha P} = P$

L4A) $(c \rightarrow P) \parallel (c \rightarrow Q) = (c \rightarrow (P \parallel Q))$

L4B) $(c \rightarrow P) \parallel (d \rightarrow Q) = СТОП$, если $c \neq d$

L4) $(x : A \rightarrow P(x)) \parallel (y : B \rightarrow Q(y)) = (z : (A \cap B) \rightarrow (P(z) \parallel Q(z)))$

Пример

1) Пусть $P = (a \rightarrow b \rightarrow P \mid b \rightarrow P)$, а $Q = (a \rightarrow (b \rightarrow Q \mid c \rightarrow Q))$.

Тогда $(P \parallel Q) = a \rightarrow ((b \rightarrow P) \parallel (b \rightarrow Q \mid c \rightarrow Q))$

$= a \rightarrow (b \rightarrow (P \parallel Q))$

$= \mu X.(a \rightarrow b \rightarrow X)$

Протоколы

Поскольку каждое действие $(P \parallel Q)$ требует одновременного участия P и Q, каждая последовательность таких действий должна быть возможной для обоих операндов:

L1) протоколы$(P \parallel Q)$ = протоколы $(P) \cap$ протоколы (Q)

L2) $(P \parallel Q)/s = (P/s) \parallel (Q/s)$

Параллелизм

Описанный в предыдущем разделе оператор можно обобщить на случай, когда его операнды P и Q имеют различные алфавиты: $\alpha P \neq \alpha Q$
Множество всех событий, в которых может участвовать система: $\alpha (P \parallel Q) = \alpha P \cup \alpha Q$

Пример

1) Пусть αТАШУМ = {мон, шок, звяк, щелк, ирис}, и если у него закончились ириски, то ТАШУМ = (мон → звяк → шок → щелк → ТАШУМ)
Пусть αКЛИЕНТ = {мон, шок, черт, ирис}, хочет ириску, но согласен и на шоколадку: КЛИЕНТ = (мон → (ирис → КЛИЕНТ
| черт → шок → КЛИЕНТ))
Результат:
(ТАШУМ || КЛИЕНТ) = μX.(мон → (звяк → черт → шок → щелк → X
| черт → звяк → шок → щелк → X))

Законы

Первые три закона для расширенной операции параллельной композиции совпадают с аналогичными законами для оператора взаимодействия:

L1.2) Операция || симметрична и ассоциативна

L3A) $P \parallel СТОП_{\alpha P} = СТОП_{\alpha P}$

L3B) $P \parallel ИСП_{\alpha P} = P$

Пусть $a \in (\alpha P - \alpha Q)$, $b \in (\alpha Q - \alpha P)$, а $\{c,d\} \in (\alpha Q \cap \alpha P)$

L4A) $(c \to P) \parallel (c \to Q) = (c \to (P \parallel Q))$; L4B) $(c \to P) \parallel (d \to Q) =$ СТОП, если $c \neq d$

L5A) $(a \to P) \parallel (c \to Q) = a \to (P \parallel (c \to Q))$

L5B) $(c \to P) \parallel (b \to Q) = b \to (Q \parallel (c \to P))$

L6) $(a \to P) \parallel (b \to Q) = a \to (P \parallel (b \to P)) \mid b \to (Q \parallel (a \to P))$

L7) Пусть $P = (x : A \to P(x))$, $Q = (y : B \to Q(y))$

Тогда $(P \parallel Q) = (z : C \to (P' \parallel Q'))$, где $C = (A \cap B) \cup (A - \alpha Q) \cup (B - \alpha P)$,

$P' = P(z)$, если $z \in A$ иначе $= P$; $Q' = Q(z)$, если $z \in B$ иначе $= Q$

Пример

1) Пусть $\alpha P = \{a,c\}$, $\alpha Q = \{b,c\}$, $P = (a \to c \to P)$, $Q = (c \to b \to Q)$

Тогда $P \parallel Q = (a \to c \to P) \parallel (c \to b \to Q) = a \to ((c \to P) \parallel (c \to b \to Q)) = a \to c \to (P \parallel (b \to Q))$,

а $P \parallel (b \to Q) = (a \to (c \to P) \parallel (b \to Q) \mid b \to (P \parallel Q) = (a \to b \to ((c \to P) \parallel Q) \mid b \to (P \parallel Q)) = (a \to b \to c \to (P \parallel (b \to Q)) \mid (b \to a \to c \to (P \parallel (b \to Q))) = \mu X. (a \to b \to c \to X \mid b \to a \to c \to X)$

Отсюда следует, что: $(P \parallel Q) = (a \to c \to \mu X. (a \to b \to c \to X \mid b \to a \to c \to X))$

Протоколы

Пусть t – протокол (P || Q). Тогда все события из t принадлежащие алфавиту P, являлись событиями в жизни P. а все события из t, не принадлежащие αP, происходили без участия P. Таким образом, $(t \lceil \alpha P)$ – это протокол всех событий, в которых участвовал процесс P. По тем же соображениям $(t \lceil \alpha Q)$ является протоколом Q.

L1) протоколы(P || Q) = {t | $(t \lceil \alpha P) \in$ протоколы (P)
& $(t \lceil \alpha Q) \in$ протоколы (Q)
& $t \in (\alpha P \cup \alpha Q)$}

L2) $(P \| Q)/s = (P/s \lceil \alpha P) \| (Q/s \lceil \alpha P)$

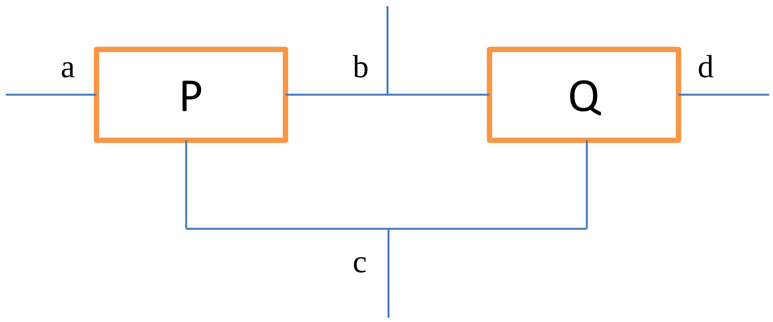
Пример

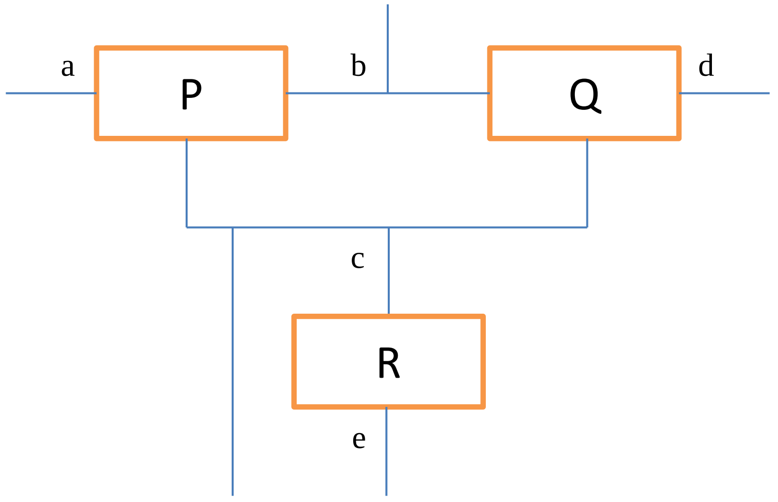
1) Пусть t1 = <мон, звяк, черт>, тогда t1 $\lceil \alpha$ТАШУМ = <мон, звяк>, что принадлежит множеству протоколы(ТАШУМ), а t1 $\lceil \alpha$КЛИЕНТ = <мон, черт>, , что принадлежит множеству протоколы(КЛИЕНТ)

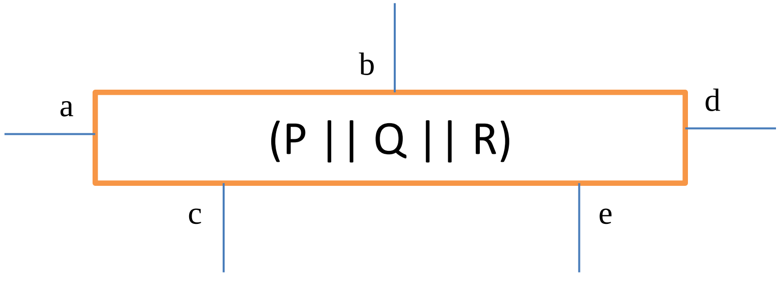
Следовательно t1 $\in$ протоколы(ТАШУМ || КЛИЕНТ) или аналогично:

<мон, черт, звяк> $\in$ протоколы (ТАШУМ || КЛИЕНТ)

Рисунки





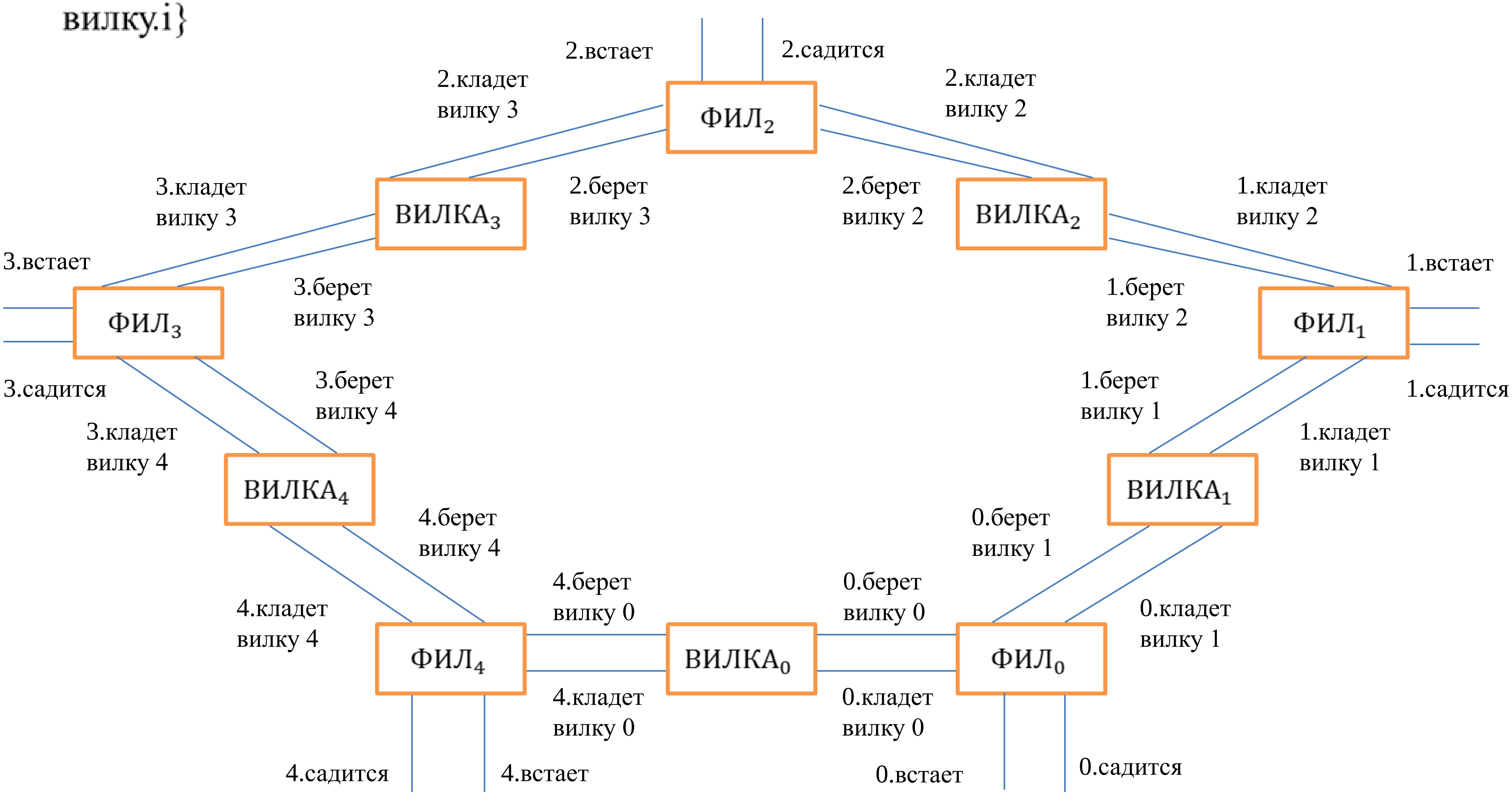


Пример: Обедающие философы

Алфавиты

αФИЛ$_i$ = {i.садится, i.встает, i.берет вилку.i, i.берет вилку.(i + 1), i.кладет вилку.i, i.кладет вилку.(i + 1)}

αВИЛКА$_i$ = {i.берет вилку.i, (i – 1).берет вилку.i, i.кладет вилку.i, (i – 1).кладет вилку.i}



Поведение

$ФИЛ_i$ = (i.садится → i.берет вилку.i → i.берет вилку.(i + 1) → i.кладет вилку.i → i.кладет вилку.(i + 1) i.встает → $ФИЛ_i$)
$ВИЛКА_i$ = (i.берет вилку.i → i.кладет вилку.i → $ВИЛКА_i$
|(i – 1).берет вилку.i → (i – 1).кладет вилку.i → $ВИЛКА_i$)

Поведение всего пансиона можно описать как параллельную комбинацию поведения следующих компонент

ПАНСИОН = (ФИЛОСОФЫ || ВИЛКИ)
ФИЛОСОФЫ = ($ФИЛ_0$ || $ФИЛ_1$ || $ФИЛ_2$ || $ФИЛ_3$ || $ФИЛ_4$)
ВИЛКА = ($ВИЛКА_0$ || $ВИЛКА_1$ || $ВИЛКА_2$ || $ВИЛКА_3$ || $ВИЛКА_4$)

В одном из вариантов этой истории философы могут брать и класть обе вилки в любом порядке. Рассмотрим поведение каждой руки философа в отдельности:

$\alpha ЛЕВАЯ_i$ = {i.садится, i.встает, i.берет вилку.i, i.кладет вилку.i}
$\alpha ПРАВАЯ_i$ = {i.садится, i.встает, i.берет вилку.(i + 1), i.кладет вилку.(i + 1)}
$ЛЕВАЯ_i$ = (i.садится → i.берет вилку.i → i.кладет вилку.i → i.встает → $ЛЕВАЯ_i$)
$ПРАВАЯ_i$ = (i.садится → i.берет вилку.(i + 1) → i.кладет вилку.(i + 1) → i.встает → $ПРАВАЯ_i$)
$ФИЛ_i$ = $ЛЕВАЯ_i$ || $ПРАВАЯ_i$

$ЛЕВАЯ_i$ = (i.садится → μX.(i.берет вилку.i → i.кладет вилку.i → X | i.встает → $ЛЕВАЯ_i$)

Дедлок

Построенная математическая модель позволяет обнаружить серьезную опасность дедлока. Решением проблемы является появление слуги, в чьи обязанности входило сопровождать каждого философа за стол и из-за стола. Алфавит его был определен как $\bigcup_{i=0}^{4}\{i.\text{садится}, i.\text{встает}\}$

Пусть $B = \bigcup_{i=0}^{4}\{i.\text{встает}\}$ $C = \bigcup_{i=0}^{4}\{i.\text{садится}\}$

СЛУГА_i определяет поведение слуги, когда за столом сидят j философов:

$\text{СЛУГА}_0 = (x : C \rightarrow \text{СЛУГА}_1)$

$\text{СЛУГА}_1 = (x : C \rightarrow \text{СЛУГА}_{j+1} \mid y : C \rightarrow \text{СЛУГА}_{j-1})$, для $j \in \{1,2,3\}$

$\text{СЛУГА}_4 = (y : B \rightarrow \text{СЛУГА}_3)$

$\text{НОВПАНСИОН} = (\text{ПАНСИОН} \parallel \text{СЛУГА}_0)$

Бесконечный перехват

Еще одна опасность: бесконечное перехватывание инициативы соседом. Предположим, что левая рука у сидящего философа медлительна, в то время как его левый сосед проворен. Прежде чем философ дотянется до своей левой вилки, его левый сосед садится, хватает обе вилки и ест. Наевшись, он кладет обе вилки и встает. Сразу после этого он ощущает голод, садится, берет обе вилки — и все это прежде, чем его медлительный правый сосед дотянется до их общей вилки.

Если важно гарантировать, чтобы сидящий философ смог поесть, нужно изменить поведение слуги: проводив философа до его места, он ждет, пока философ не возьмет обе вилки, и только после этого позволяет сесть его соседям.

Переименование

Пусть f — взаимно однозначная (инъективная) функция, отображающая алфавит процесса P во множество символов A:

$f : \alpha P \to A$

Определим f(P) как процесс, участвующий в событии f(c) всякий раз, когда P по определению участвует в событии c. Из определения следует, что

$\alpha f(P) = f(\alpha P)$

протоколы(f(P)) = $\{f^*(s) \mid s \in$ протоколы(P)$\}$

Пример

1) Как известно, с годами стоимость жизни растет. Функцию f, отражающую последствия инфляции, зададим с помощью уравнений:

f(м2) = м10

f(м1) = м5

f(сд1) = сд5

f(бол) = бол

f(мал) = мал

Новый торговый автомат: НОВСТА = f(СТА)

Законы

Переименование путем применения взаимно однозначной функции не меняет структуры поведения процесса.

$f(B) = \{f(x) \mid x \in B\}$

f^{-1} функция обратная к f

$f \circ g$ композиция функций f и g

После переименования СТОП по-прежнему не участвует ни в одном из событий нового алфавита:

L1) $f(СТОП_A) = СТОП_{f(A)}$

L2) $f(x : B \to P(x)) = (y : f(B) \to f(P(f^{-1}(y))))$

L3) $f(P \parallel Q) = f(P) \parallel f(Q)$

L4) $f(\mu X : A.F(X)) = (\mu Y : f(A).f(F(f^{-1}(Y))))$

L5) $f(g(P)) = (f \circ g)(P)$

L6) $протоколы(f(P)) = \{f^*(s) \mid s \in протоколы(P)\}$

L7) $f(P)/f^*(s) = f(P/s)$

Помеченные процессы

Процесс P с меткой l обозначают l : P. Он участвует в событии l.x, когда по определению P участвует в x. Процесс l : P задается функцией

$f_l(x) = l.x$ для всех x из P

И пометкой

$l : P = f_l(P)$

Примеры

1) Два работающих рядом автомата

(лев : ПТА) || (прав : ПТА)

Алфавиты не пересекаются и каждое событие помечено именем устройства. Если имен не будет, то тогда пара машин будет неотличима от одного устройства так как (ПТА || ПТА) = ПТА

2) Задача процесса НД состоит в том, чтобы при первом наступлении события b процесс отвечает нет, а при всех последующих — да.

αНД = {b, нет, да} ;   НД = b → нет → μX.(b → да → X)

Массив из этих процессов можно использовать для имитации поведения цифрового множества:

МНОЖ3 = (0 : НД) || (1 : НД) || (2 : НД) || (3 : НД)

Перед использованием весь массив также может быть помечен:

m : МНОЖ3 || ПОЛЬЗ

Каждое событие из алфавита α(m : МНОЖ3) представляет собой тройку (m.2.b) в ходе ПОЛЬЗ эффект if 2 ∈ m then P else (m := m ∪ {2}; Q) может быть достигнут:

m.2.b → (m.2.да → P | m.2.нет → Q)

Множественная пометка

Определение пометки можно расширить, позволив помечать каждое событие любой меткой l из некоторого множества L. Если P — процесс, определим (L : P) как процесс, ведущий себя в точности как P с той разницей, что он участвует в событии l.c (где $l \in L$, $c \in \alpha P$) , если по определению P участвует в c. Выбор метки l каждый раз независимо осуществляется окружением процесса (L:P),

Пример

1) Лакей — это младший слуга, который имеет одного хозяина, провожает его к столу и из-за стола и прислуживает ему, пока тот ест:
αЛАКЕЙ = {садится, встает}
ЛАКЕЙ = (садится → встает → ЛАКЕЙ)
Чтобы научить лакея обслуживать всех пятерых философов (но только по очереди), определим L = {0,1,2,3,4}
ОБЩИЙ ЛАКЕЙ = (L : ЛАКЕЙ)
Если множество L содержит более одной метки, древовидное представление L : P похоже на древовидное представление P, однако оно гораздо гуще в том смысле, что из каждой вершины исходит гораздо больше дуг. Дерево процесса ЛАКЕИ, представляет собой ствол без ветвей. Представлением же процесса {0, 1} : ЛАКЕЙ буддет полное двоичное дерево. Дерево для процесса ОБЩИЙ ЛАКЕИ будет еще гуще.

Спецификации

Пусть P и Q — процессы, которые мы хотим исполнять параллельно, и предположим, что мы доказали, что P уд S(пр), а Q уд T(пр). Пусть пр — протокол процесса (P || Q). Из закона следует, что (пр ⌈ αP) является протоколом P и, следовательно, удовлетворяет S, т. е. S(пр ⌈ αP). Аналогично (пр ⌈ αQ) является протоколом Q и, значит, T(пр ⌈ αQ). Это справедливо для каждого протокола (P || Q). Следовательно, можно заключить, что (P || Q)уд(S(пр ⌈ αP) & T(пр ⌈ αQ))

L1) Если P уд S(пр), а Q уд T(пр), то (P || Q)уд(S(пр ⌈ αP) & T(пр ⌈ αQ))
L2) Если процессы P и Q бесконечны, а (αP ∩ αQ) содержит не более одного события, то процесс (P || Q) бесконечен.
L3) Если P уд S(пр), то f(P) уд S(f^{-1^*}(пр))